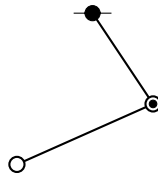


Конфигурационные пространства шарнирных механизмов

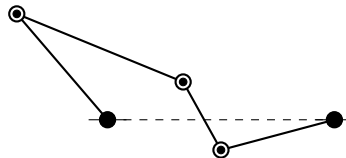
- ▷ **Определение 1.** Конфигурационное пространство механической системы — это совокупность всех ее возможных положений (рассматриваемая с естественной топологией).

Например, конфигурационное пространство (плоского) маятника (штыря, один конец которого закреплен на шарнире) — окружность.

Задача 1. Конфигурационное пространство двухколенного маятника — тор.



- ▷ **Определение 2.** Конфигурационное пространство k -звенных ломаных, концы которых закреплены на расстоянии l_0 , а звенья имеют длины l_1, \dots, l_k (“шарнирных многоугольников со сторонами l_i ”), будем обозначать $\text{Conf}(l_0; l_1, \dots, l_k)$.



Задача 2. $\text{Conf}(3 - \varepsilon; 1, 1, 1)$ — окружность.

Задача 3. Найдите а) $\text{Conf}(1; 1, 1, 1)$; б*) $\text{Conf}(l_0; l_1, l_2, l_3)$.

Задача 4. $\text{Conf}(4 - \varepsilon; 1, 1, 1, 1)$ — сфера.

Задача 5. Найдите а) $\text{Conf}(3; 3, 1, 1, 3)$; б) $\text{Conf}(1; 1, 1, 1, 1)$.

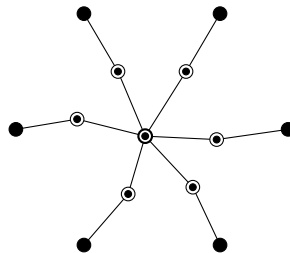
Задача 6. Перестановка длин l_0, l_1, \dots, l_k а) сохраняющая первый элемент; б) произвольная не меняет конфигурационное пространство $\text{Conf}(l_0; l_1, \dots, l_k)$.

- ▷ **Определение 3.** Будем говорить, что $\text{Conf}(l_0, l_1, \dots, l_k)$ — шарнирный многоугольник *общего положения*, если $\pm l_0 \pm \dots \pm l_k \neq 0$ (ни для какой расстановки знаков).

Задача 7*. В ситуации общего положения $\text{Conf}(l_0; l_1, l_2, l_3, l_4)$ — замкнутая¹ поверхность.

Задача 8. Какие поверхности реализуются как конфигурационные пространства шарнирных многоугольников общего положения?

Задача 9. Найдите конфигурационное пространство “паука”, “лапы” которого закреплены в вершинах правильного n -угольника радиуса $2 - \varepsilon$, а все звенья имеют длину 1.



Задача 10.** Все замкнутые ориентируемые 3-мерные многообразия реализуются как конфигурационные пространства шарнирных механизмов² с 3 степенями свободы (“теорема Тёрстона”).

¹Т. е. компактная, без края.

²Произвольного вида, не обязательно цепочек.