

## О проведении итогового зачета по программе 7 класса

1. Итоговый зачет будет происходить 27 и 28 мая 1983 года для учеников 7б класса 57 школы. На зачет будут приглашены преподаватели математики других классов. Оценка за зачет будет сообщена в день зачета, после его окончания. Она не влияет на четвертную и годовую оценки.

2. Порядок проведения зачета. Каждый участник зачета получает (выбранный случайным образом) билет, состоящий из трех частей:

1. Вопрос по алгебре.
2. Вопрос по геометрии.
3. Задача по геометрии.

После получения билета дается время на подготовку (не менее 30 минут). После этого происходит ответ у доски. После него могут быть заданы дополнительные вопросы (число которых заранее не ограничено).

3. Требования к участникам зачета. Программа зачета включает в себя обязательный материал, изучавшийся на уроках математики. Он включает в себя, помимо соответствующих разделов учебников, следующие понятия:

пересечение, объединение и разность множеств, вложение, наложение, взаимно однозначная функция, образ, прообраз, композиция функций, соизмеримые отрезки и числа, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа, взаимно простые числа, модуль числа, вычитание, деление, отношения "меньше" и "больше" на действительных числах, корень, равномощность множеств, счетное множество.

Определения всех этих понятий должны быть известны участникам зачета.

4. Вопросы, входящие в билеты.

### АЛГЕБРА

1. Координатная прямая. Формула расстояния.
2. Координаты на плоскости. Формула расстояния. Уравнение окружности.
3. Уравнение прямой.
4. Рациональные числа и соизмеримые отрезки. Теорема: отрезки длиной  $A$  и  $B$  соизмеримы тогда и только тогда, когда  $A/B$  рационально.
5. Иррациональность квадратного корня из 2.
6. Аксиома Архимеда и её следствие: если  $A$  не превосходит  $1/K$  при всех натуральных  $K$ , то  $A$  меньше или равно 0.
7. Теорема: в любом интервале найдутся рациональное и иррациональное числа.

8. Делимость целых чисел. Остатки. Теорема: остаток от деления  $AB$  и  $A+B$  на  $K$  определяется остатками от деления  $A$  и  $B$  на  $K$ .
9. Простые числа. Бесконечность множества простых чисел. Теорема: для любого  $K$  есть  $K$  идущих подряд составных чисел.
10. Наибольший общий делитель. Алгоритм Евклида.
11. Теорема: (существуют такие  $X$  и  $Y$ , что  $C=AX+BY$ ) равносильно ( $C$  делится на  $\text{НОД}(A, B)$ ).
12. Теорема: наибольший общий делитель кратен любому делителю.
13. Основная теорема арифметики (единственность разложения на простые множители).
14. Решение уравнений вида  $AX+BY=C$  в целых числах.
15. Аксиомы сложения действительных чисел. Определение вычитания. Правило раскрытия скобок.
16. Аксиомы умножения. Определение деления. Правила действий с дробями. Условие равенства дроби нулю.
17. Аксиомы порядка. Отношения "больше" и "меньше". Простейшие свойства неравенств.
18. Аксиома существования корня из положительного числа. Функция "корень  $K$ -ой степени" и её свойства.
19. Неравенство о среднем арифметическом и геометрическом двух чисел и неравенство Бернулли ( $(1+X)^K \geq 1+kX$ )
20. Квадратный трехчлен. Выделение полного квадрата. Формула корней квадратного уравнения.
21. Построение графика квадратного трехчлена.
22. Теорема, обратная теореме Виета.
23. Теорема Виета.
24. Разложение квадратного трехчлена на множители.
25. Решение неравенств вида  $AX^2 + BX + C > 0$
26. Равномощность множеств. Равномощность любых отрезков. Равномощность интервала и прямой.
27. Счетные множества. Счетность множеств целых и рациональных чисел.
28. Счетность множества конечных последовательностей натуральных чисел и множества конечных подмножеств множества натуральных чисел.
29. Объединение конечного или счетного числа счетных множеств счетно. Если  $A$  и  $B$  счетны, то  $A \times B$  счетно.
30. Бесконечное множество содержит счетное подмножество. Бесконечное подмножество счетного множества счетно.
31. Если  $A$  конечно или счетно, а  $B$  бесконечно, то объединение множеств  $A$  и  $B$  равномощно множеству  $B$ .

## ГЕОМЕТРИЯ

1. Три признака равенства треугольников (формулировки)
2. Свойства равнобедренного треугольника (равенство углов, совпадение медианы, биссектрисы, высоты).
3. Множества точек, равноудаленных от двух точек и от двух прямых.
4. Теорема: против большего угла лежит большая сторона, против большей стороны лежит больший угол.
5. Аксиома параллельных. Равенство внутренних накрестлежащих углов необходимо и достаточно для параллельности.
6. Теорема о сумме углов треугольника.
7. Параллелограмм, его свойства и признаки.
8. Прямоугольник, ромб, квадрат (определения, свойства, признаки)
9. Средняя линия треугольника и трапеции.
10. Простейшие построения: откладывание угла, деление пополам отрезков и углов, построение прямой, перпендикулярной данной и проходящей через данную точку, построение параллельных.
11. Окружность. Дуга окружности. Величина дуги. Теорема о вписанном угле.
12. Определение касательной к окружности. Свойства касательной. Построение касательной к окружности, проходящей через данную точку.
13. Медианы треугольника пересекаются в одной точке.
14. Высоты треугольника пересекаются в одной точке.
15. Серединовые перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной точке - центре описанной окружности.
16. Биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке - центре вписанной окружности.
17. Теорема: две прямые, пересекающие три параллельные прямые, делятся ими на пропорциональные отрезки. (Рассмотреть случай несоизмеримости.)
18. Построение общих касательных к двум окружностям.
19. Определение синуса и косинуса. Теорема синусов.
20. Теорема Пифагора и обратная к ней.
21. Теорема косинусов.
22. Условия, необходимые и достаточные для того, чтобы четырехугольник был вписанным в окружность.
23. Условия, необходимые и достаточные для того, чтобы в четырехугольнике можно было вписать окружность.
24. Определение подобных треугольников. Подобие треугольников по двум сторонам и углу между ними.

25. Признаки подобия треугольников по трем сторонам и двум углам.

26. Биссектриса делит основание треугольника на части, пропорциональные боковым сторонам.

27. Пропорциональные отрезки в круге: произведение отрезков секущей, проходящей через данную точку, не зависит от выбора секущей.

28. Аксиомы площади. Площадь прямоугольника.

29. Площадь параллелограмма, треугольника и трапеции.