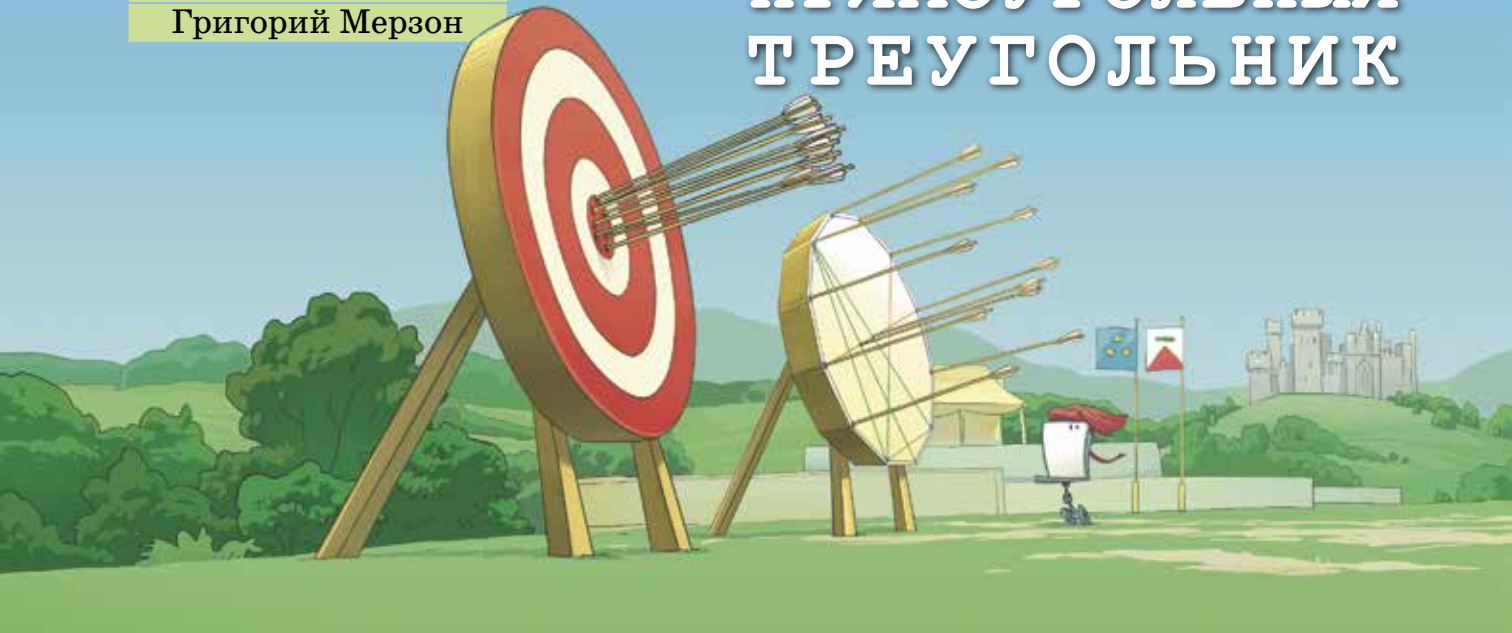


САМЫЙ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЙ ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК



Чем замечателен прямоугольный треугольник с углами 30° и 60° градусов? Вот самое известное его свойство: одна его сторона вдвое длиннее другой (а именно, гипотенуза вдвое больше катета, лежащего против угла в 30°).

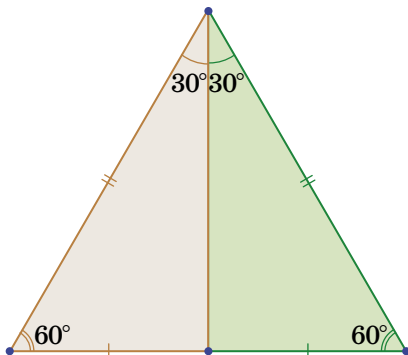


Рис. 1

Чтобы это доказать, приставим к нашему треугольнику такой же, отражённый зеркально (рис. 1): у образовавшегося большого треугольника все углы по 60° , то есть он равносторон-

ний. Но одна его сторона – это как раз гипотенуза исходного треугольника, а другая – удвоенный катет.

Недавно Егор Бакаев заметил, что в прямоугольном треугольнике с углом 30° ещё и одна биссектриса вдвое длиннее другой¹, а именно биссектриса угла в 30° вдвое длиннее биссектрисы прямого угла.

Идея: мы построим отрезок, который вдвое больше биссектрисы прямого угла («короткой»), и докажем, что он равен биссектрисе угла в 30° («длинной»). Посмотрим на рисунок 2. Наш треугольник (справа) снова дополнен до равностороннего. Пунктирный отрезок проведён параллельно «короткой биссектрисе» и вдвое её длиннее (как основание

¹ Такая задача предлагалась 12 марта 2023 года одновременно на Московской математической олимпиаде и на Турнире городов.



треугольника, в котором «короткая биссектриса» – средняя линия). А ещё пунктирный отрезок равен «длинной биссектрисе», так как каждый из этих отрезков образует угол в 15° со стороной большого равностороннего треугольника!

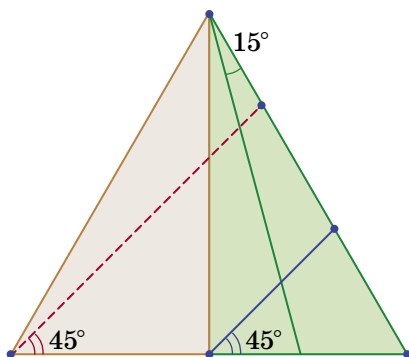


Рис. 2

Антон Авдеев заметил, что три из вершин правильного 12-угольника как раз образуют прямоугольный треугольник с углом 30° (докажите это!),

биссектрисы этого треугольника лежат на диагоналях 12-угольника, и, пользуясь этим, можно доказать утверждение про биссектрисы. Попробуйте восстановить это доказательство. В качестве подсказки на рисунке 3 пунктиром проведена ещё одна диагональ.

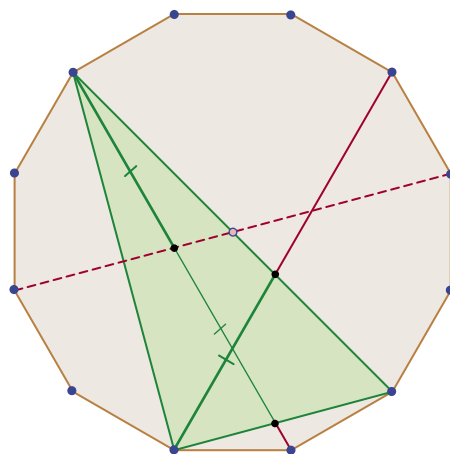


Рис. 3

Художник Мария Усеинова